

GARA3 2019-20 SECONDARIA DI SECONDO GRADO INDIVIDUALE

ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE, pagina 36.

PROBLEMA

In questo problema la sequenza S contiene elementi ripetuti e una sottosequenza viene considerata decrescente se ciascun numero è minore o uguale del precedente.

Considerate la sequenza descritta dalla seguente lista:

[29,6,89,19,99,95,5,29]

Si trovi:

1. Il numero N della lunghezza massima di una sottosequenza decrescente
2. Il numero K di sottosequenze decrescenti di lunghezza N
3. La lista L che elenca i numeri che formano la sottosequenza decrescente che, fra tutte quelle di lunghezza N , è tale che la somma di tutti i suoi elementi sia pari

Scrivere le risposte nella tabella sottostante.

| | |
|---|-----|
| N | |
| K | |
| L | [] |

SOLUZIONE

| | |
|---|----------|
| N | 3 |
| K | 5 |
| L | [29,6,5] |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa è opportuno elencare tutte le sottosequenze decrescenti. A tale scopo si consiglia di procedere in maniera sistematica, considerando uno alla volta gli elementi dal primo all'ultimo. Per ciascun elemento si individuano tutti i possibili elementi che lo possono seguire in una sottosequenza decrescente. A partire da ciascuno dei secondi, si cercano i terzi in modo analogo.

Sottosequenze che iniziano con 29 (il primo dei due 29):

[29, 6, 5]

[29, 19, 5]

[29, 5]

[29, 29]

Notiamo che la lunghezza massima delle sottosequenze sinora viste è 3.

Sottosequenze che iniziano con 6:

[6,5]

Sottosequenze che iniziano con 89:

[89, 19, 5]

[89, 5]

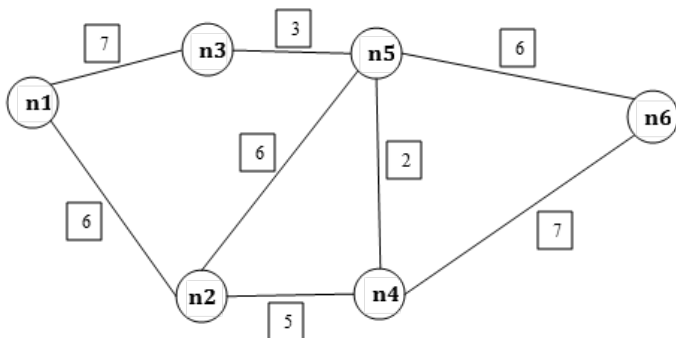
[89, 29]

SOLUZIONE

| | |
|----|---------------------|
| L1 | [n2,n3,n4,n6] |
| L2 | [n1,n3,n5,n6] |
| L3 | [n1,n3,n5,n2,n4,n6] |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che sono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi; si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Dalla figura si osserva subito il nodo che ha grado massimo è **n5**, che risulta adiacente a 4 nodi. I nodi adiacenti a **n5** formano la lista L1=[n2,n3,n4,n6].

Per rispondere alle ulteriori domande, si devono esaminare tutti i percorsi da **n1** ad **n6**. A tale scopo conviene procedere sistematicamente, generando uno alla volta i percorsi procedendo in base all'ordine delle sigle dei nodi. Ad esempio, partendo da **n1**, si considerano i nodi adiacenti ad esso e si prende il primo, non ancora preso, in ordine di sigla, ovvero **n2**. Da **n2** si procede allo stesso modo e si va in **n4**. Da **n4**, con lo stesso metodo, si va in **n5**. Da **n5** ad **n6**, e si è trovato il primo cammino semplice.

Una volta giunti ad **n6**, non si procede ulteriormente, ma si torna indietro di un nodo per considerare ulteriori possibilità. Da **n5** non ci sono ulteriori scelte possibili, quindi si torna ancora indietro a **n4**. Da **n4**, la prima scelta non ancora considerata è andare in **n6**, e in questo modo si trova un secondo cammino.

Ripetendo il procedimento per tutte le scelte possibili, si ottiene il seguente elenco di tutti i percorsi semplici da **n1** ad **n6**:

| Numero percorso | PERCORSO da n1 a n6 | LUNGHEZZA |
|-----------------|---------------------|------------|
| 1 | [n1,n2,n4,n5,n6] | 6+5+2+6=19 |
| 2 | [n1,n2,n4,n6] | 6+5+7=18 |
| 3 | [n1,n2,n5,n4,n6] | 6+6+2+7=21 |
| 4 | [n1,n2,n5,n6] | 6+6+6=18 |



| squadra | punteggio | costo | acquistabile |
|---------|-----------|-------|--------------|
| g1g2g3 | 680 | 705 | no |
| g1g2g4 | 625 | 880 | no |
| g1g2g5 | 697 | 680 | no |
| g1g2g6 | 735 | 810 | no |
| g1g3g4 | 525 | 705 | no |
| g1g3g5 | 597 | 505 | no |
| g1g3g6 | 635 | 635 | no |
| g1g4g5 | 542 | 680 | no |
| g1g4g6 | 580 | 810 | no |
| g1g5g6 | 652 | 610 | si |
| g2g3g4 | 660 | 875 | no |
| g2g3g5 | 732 | 675 | no |
| g2g3g6 | 770 | 805 | no |
| g2g4g5 | 677 | 850 | no |
| g2g4g6 | 715 | 980 | no |
| g2g5g6 | 787 | 780 | no |
| g3g4g5 | 577 | 675 | no |
| g3g4g6 | 615 | 805 | no |
| g3g5g6 | 687 | 605 | si |
| g4g5g6 | 632 | 780 | no |

da cui segue facilmente la soluzione.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” giocatore, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” giocatore, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 4 CRITTOGRAFIA

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS 2019-2020, problema ricorrente CRITTOGRAFIA, pagina 30.

PROBLEMA

1. Usando il cifrario di Cesare, decrittare il messaggio OAE ZQA KPPK sapendo che è stato crittato 50 volte con chiave 5 e poi 50 volte con chiave 10 (ogni volta crittando il messaggio ottenuto dalla crittazione precedente)
2. Trovare la chiave di crittazione usando la quale le seguenti parole sono crittate come segue:

XILOFONO => SXPJVJGJ
ZENZERO => AUGAUIJ
HAPPY => QCLLO
BUNGALOW => ERGZCPJM
QUESTURA => TRUKBRIC

KIWI => HXMX
 CODING => NJDXGZ
 JUMP => FRWL
 EVVIVA => UYYXYC

3. Decrittare il messaggio UFE OFVU sapendo che è stato crittato applicando due volte un algoritmo di crittazione a sostituzione polialfabetica con tavola di Vigenère con chiave QUANTO (ovvero il messaggio è stato crittato con la chiave specificata e il risultato ottenuto è stato nuovamente crittato con la medesima chiave).

Scrivere le risposte nella tabella sottostante. Se la risposta è costituita da più parole ogni parola deve distanziarsi dall'altra di un SOLO spazio.

| | |
|---|--|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |

SOLUZIONE

| | |
|---|---------------------------|
| 1 | SEI DUE OTTO |
| 2 | CENDUVZQXFHPWGLTIKBRYMSOA |
| 3 | ORE OTTO |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Crittare 50 volte con chiave 5 equivale a crittare una sola volta con chiave 16 ($50 \times 5 = 250 = 26 \times 9 + 16$)
 Crittare 50 volte con chiave 10 equivale a crittare una sola volta con chiave 6 ($50 \times 10 = 500 = 26 \times 19 + 6$)

Iniziamo decrittando con chiave 6 OAE ZQA KPPK ottenendo IUY TKU EJJE.

Ora decrittiamo IUY TKU EJJE con chiave 16 ottenendo il testo un chiaro SEI DUE OTTO.

Lo stesso risultato si ottiene decrittando con un solo passaggio, usando la chiave 22 ($16+6$).

2. Si inizia preparando una tabella con 26 colonne e due righe. Nella prima riga si scrive l'alfabeto dalla A alla Z

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Utilizzando le parole e loro crittazione si ottiene la chiave.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
| C | E | N | D | U | V | Z | Q | X | F | H | P | W | G | J | L | T | I | K | B | R | Y | M | S | O | A |

3. La tabella, letta dall'alto verso il basso, illustra le due decrittazioni con tavola di Vigenère,



usando due volte la medesima chiave QUANTO

| | | | | | | | |
|---|---|---|--|---|---|---|---|
| U | F | E | | O | F | V | U |
| Q | U | A | | N | T | O | Q |
| E | L | E | | B | M | H | E |
| Q | U | A | | N | T | O | Q |
| O | R | E | | O | T | T | O |

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura Calcolo1.

```

procedura Calcolo1;
variables A, B, M, K integer;
input A;
M = 0;
for K = 1 to 10 do
    input B;
    if A > B      then M = M + K;  endif;
endfor;
output M;
endprocedura;

```

I valori di input per A è 5 e per B sono rispettivamente: 4, 8, 9, 7, 3, 1, 5, 4, 2, 6. Determinare il valore di output e scriverlo nella casella sottostante.

| | |
|---|--|
| M | |
|---|--|

SOLUZIONE

| | |
|---|----|
| M | 29 |
|---|----|

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

| | K | A | B | A > B | M |
|---------|----|---|---|-------|---------|
| Input A | | 5 | | | 0 |
| Input B | 1 | | 4 | Si | 1 |
| Input B | 2 | | 8 | No | 1 |
| Input B | 3 | | 9 | No | 1 |
| Input B | 4 | | 7 | No | 1 |
| Input B | 5 | | 3 | Si | 1+5=6 |
| Input B | 6 | | 1 | Si | 6+6=12 |
| Input B | 7 | | 5 | No | 12 |
| Input B | 8 | | 4 | Si | 12+8=20 |
| Input B | 9 | | 2 | Si | 20+9=29 |
| Input B | 10 | | 6 | No | 29 |
| write M | | | | | 29 |

**ESERCIZIO 6****Problema**

```
procedure Calcolo2;  
variables A, B, S, C, M integer;  
read A, B;  
S = 0;  
C = 0;  
C = C + 1;  
S = S + A;  
C = X + 1;  
Y = S + B;  
Z = S/C;  
write M;  
end procedure;
```

Questa procedura deve calcolare la media dei numeri forniti in input. Trovare le sostituzioni per i simboli X, Y, Z con appropriati nomi di variabili dichiarate nella procedura. Nota Bene: nella procedura devono comparire almeno una volta tutte le variabili dichiarate (A, B, S, C, M). Scrivere la soluzione nella tabella sottostante.

| | |
|---|--|
| X | |
| Y | |
| Z | |

SOLUZIONE

| | |
|---|---|
| X | C |
| Y | S |
| Z | M |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In S vengono sommati i valori A e B, mentre C è incrementato due volte. La media è la somma dei valori (in S) diviso il numero di valori (in C). Il risultato viene calcolato nella variabile M.

ESERCIZIO 7**Problema**

```
procedure Calcolo3;  
1:   if C > M then M = C; endif;  
2:   else M = A;  
3:   variables A, B, C, M integer;  
4:   write M;  
5:   if B > A then M = B;  
6:   read A, B, C;  
7:   endif;  
end procedure;
```




La procedura scritta calcola il maggiore dei numeri forniti in input, ma le righe della procedura sono state mescolate. Indicare nella lista N il giusto ordine delle righe per fare in modo che la procedura funzioni correttamente e scriverla nella cella sottostante.

Nota Bene: tutte le righe della procedura devono essere utilizzate.

N []

SOLUZIONE

N [3,6,5,2,7,1,4]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

L'ordine corretto della procedura è

- | | |
|---|--|
| <p>3 variables A, B, C, M integer; 6 read A, B, C; 5 if B > A then M = B; 2 else M = A; 7 endif; 1 if C > M then M = C; endif; 4 write M;</p> | <p><i>dichiarazione delle variabili</i> <i>lettura delle variabili</i> <i>se B è maggiore di A, B è il massimo</i> <i>altrimenti è A</i> <i>se C è maggiore del massimo attuale</i> <i>diventa il massimo</i> <i>restituisco il massimo</i></p> |
|---|--|

ESERCIZIO 8

PROBLEM

Remy has just removed a mole from her arm. Today the area of the wound is 1 cm². Suppose that the trend of the width of the wound (in cm²) is described by the function

$$\frac{1}{1,2^{(0,5)x}}$$

Where x is the number of days elapsed since the surgery.

After how many days will the area of the wound will be smaller than 0.1 cm² ?

Write your answer as an integer in the box below.

SOLUTION

TIPS FOR THE SOLUTION

Inserting into a spreadsheet Excel the formula:

| | A | B |
|---|----------|-----------------------------|
| 1 | days (x) | width of the wound (in cm2) |
| 2 | 10 | =1/(1,2^(0,5*A2)) |



we obtain the following table:

| days (x) | width of the wound (in cm ²) |
|----------|--|
| 10 | 0,401877572016461 |
| 20 | 0,161505582889846 |
| 21 | 0,147433751519648 |
| 22 | 0,134587985741538 |
| 23 | 0,122861459599707 |
| 24 | 0,112156654784615 |
| 25 | 0,102384549666422 |
| 26 | 0,0934638789871793 < 0,1 |